

1

神戸大学工学部

kakuda@kobe-u.ac.jp

抽象設計論

—情報の流れの理論と設計—

角田 譲

設計という概念は工学の部門だけでなく、デザインという言葉で広くアートの部門においても本質的なものでもあり、また、我々の日常生活においても、人生設計などという言葉が示すように、一般的なものでもある。このような重要な概念にも拘わらず、このことに数学的に厳密な定義を与え、それを展開させようという試みは今までのところ必ずしも成功しているとは言いがたいのが現状である。抽象設計論は、その思想的背景を吉川の「一般設計学」に負い、「情報の流れ」の概念の解明である Barwise-Seligman のチャンネル理論に端を発した数学的理論により、設計概念の定式化を試みるものであり、その第一の目的は対象に拘束されない数学的設計論の構築を目指すものである。

1 条件射

我々の生活は、欲求や要求を何らかの形で満足しようとする努力の連続であるかもしれない。満足するには積極的な意味でも、消極的な意味でも、ものを作る事によりその欲求や要求は満足される。勿論、そのものはこの4次元物理空間に具現化できる具体的なものから、思想や数学的定理などのような抽象的なものまでであろう。その満足させようとするのが消極的なものであるときは、われわれは欲求や要求の解消という言葉遣いをする。何がともあれ、我々の欲求や要求に従いそれらを満足させるものを作る行為が我々にとって基本的であることは確かであろう。その行為を「生産」という。生産という行為は、欲求や要求のようなものが属する我々の観念の世界からもの世界への流れ、情報の流れであると言える。そして、その情報の流れを作ろうとするのが設計であろう。それでは、先ず第一に、情報とはそもそも何なのであろうか？ また、それはどう数学的に表現できるのであろうか？ 余りにも世の中に氾濫している言葉の概念を掴もうとするときは、哲学的議論を延々と続けるより、広辞苑でその言葉を引いてみる方がよく理解できる方が屢々ある。情報とは、広辞苑によると、「判断を下したり行動を起したり

*Research supported by Grant-in-Aid for Scientific Research (C) of JSPS under the grand number 13650068

するために必要な、種々の媒体を介しての知識 [広辞苑第五版] となっているが、これは我々の情報に関する常識的な見方を示している。媒体を介しての知識とは、媒体となるべきものを何らかの形で分類することで得られる知識とすることであろう。分類の定義は厳密には次で与えられる。

定義 1.1. 分類 A は次のものよりなる。

1. その元が A のトークンと呼ばれる集合 $\text{tok}(A)$.
2. その元が A のタイプと呼ばれる集合 $\text{typ}(A)$.
3. トークンとタイプの間での 2 項関係 \vDash_A .

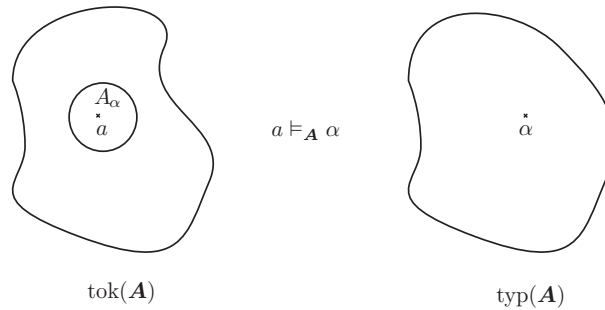


図 1: Classification

情報は、何らかの分類 A が定まり、 $a \vDash_A \alpha$ なる形、即ち、「トークン a はタイプ α と分類される」形で現れると考える。 a は情報 $a \vDash_A \alpha$ の担い手、 α はその内容と言えよう。

注意 1.2. A を分類として、 $A = \text{tok}(A)$, $\Sigma = \text{typ}(A)$ とおくと、 $\alpha \in \Sigma$ に対して $A_\alpha = \{a \in \text{tok}(A) \mid a \vDash_A \alpha\}$ とすると、 Σ で添数づけられた A の部分集合の属 $(A_\alpha)_{\alpha \in \Sigma}$ が得られる。逆に、集合 A , Σ と、 Σ で添数づけられた A の部分集合の属 $(A_\alpha)_{\alpha \in \Sigma}$ が与えられているとき、 $\text{tok}(A) = A$, $\text{typ}(A) = \Sigma$ とし $a \vDash_A \alpha$ を $a \in A_\alpha$ とする事により、分類 A が得られる。

さて、それでは「情報が流れる」ということをどのように表すのであるか？ A と B を分類として、 A における情報が B に流れるということは、 $a \vDash_A \alpha$ なる形で表される A における情報が $b \vDash_B \beta$ なる形の B における情報に、その情報の流れにより、変容することであろう。従って、 A から B への情報の流れは、

A における情報 $a \vDash_A \alpha$ は B における情報 $b \vDash_B \beta$ と変容する

なる形の記述の集合を決定することにより表すことができる。これは、 α, β, a, b をそれぞれ $\text{typ}(A), \text{typ}(B), \text{tok}(A), \text{tok}(B)$ を走る変数として、4 項

関係 $P(\alpha, \beta, a, b)$ を決定することである．逆に言えば，4 項関係 $P(\alpha, \beta, a, b)$ があるとき，

$$“a \vDash_A \alpha \text{ は } b \vDash_B \beta \text{ と変容する}” \iff P(\alpha, \beta, a, b) \quad (1)$$

と定義することにより A から B への情報の流れが定められることになる¹．

さて，それでは A から B への情報の流れにより，情報 $a \vDash_A \alpha$ が $b \vDash_B \beta$ へ変容したとする．そのとき，実際に， $a \vDash_A \alpha$ が成立しておれば $b \vDash_B \beta$ は少なくとも成立する．従って，4 項関係 $P(\alpha, \beta, a, b)$ を情報の流れである場合には，少なくとも，

$$P(\alpha, \beta, a, b) \implies (a \vDash_A \alpha \implies b \vDash_B \beta)$$

が成立すべきである²．これだけの条件で，4 項関係 $P(\alpha, \beta, a, b)$ を A から B への情報の流れということが言えるであろうか？

そう言えると仮定する．いま，分類 A と分類 B は全く関連性がないとする．例えば， A を算術のモデルをそこで成立する算術文で分類したものとし， B をこの部屋にあるものをそれが持つ色により分類したものとする． $P(\alpha, \beta, a, b)$ として $a \vDash_A \alpha \implies b \vDash_B \beta$ 自体をとると，我々の仮定により， P は A から B への情報の流れとなるが，それは最も弱い情報の流れである．いま， $a \in \text{tok}(A)$ を一つの算術のモデル， $\alpha \in \text{typ}(A)$ を $3 \times 2 = 5$ なる文とする． $b \in \text{tok}(B)$ をこの机， $\beta \in \text{typ}(B)$ を茶色とする． $a \vDash_A \alpha$ は偽であるので，“ $a \vDash_A \alpha$ ならば $b \vDash_B \beta$ ” は真である．我々の仮定により，情報の流れ P により情報 $a \vDash_A \alpha$ は情報 $b \vDash_B \beta$ に変容したということになるのであるが，それで良いのであろうか？ 情報 $a \vDash_A \alpha$ は情報 $b \vDash_B \beta$ と全く関連性がないのにそういったも良いのであろうか？ もっとパラドキシカルに聞こえることは， $a \vDash_A \alpha$ が偽なのであるから “ $a \vDash_A \alpha$ ならば $b \vDash_B \neg\beta$ ” も真となることである．ここで， $\neg\beta$ は β の否定，即ち，“茶色くない” を意味する．従って，我々の仮定により 情報 $a \vDash_A \alpha$ は情報 $b \vDash_B \beta$ にも $b \vDash_B \neg\beta$ にも変容すると云うこととなる．

しかし，もし我々が次のような理想的な立場をとるならば，そのことに對して然りと言えるであろう．

「この世は完全であるので，いかなる分類 A と B に対しても $a \vDash_A \alpha$ 及び $b \vDash_B \beta$ が成立するか否かには関連があり，その二つには関連がないと我々が思うのは 我々の単なる知識の不足にすぎない」

このような理想的な世界を定立して数学理論を作ることはギリシャ以来の伝統である．勿論，その立場に対しては批判すべきものがあり，特に，設計のように，不完全な我々人間に関する事柄を理論化するときにはなおさらである．この議論については，また，戻ることとしてとりあえず次の定義を与える．

¹ $A \iff B$ は “ A と B が論理的に同値であることを意味する

² \implies は “ならば” を意味する．

定義 1.3. A および B を分類とする . α, β, a, b をそれぞれ $\text{typ}(A), \text{typ}(B), \text{tok}(A), \text{tok}(B)$ を走る変数として ,

$$P(\alpha, \beta, a, b) \implies (a \vDash_A \alpha \implies b \vDash_B \beta)$$

を満足する 4 項関係 $P(\alpha, \beta, a, b)$ を A から B への「情報リンク」と云う . P が A から B への情報リンクであることを $P : A \rightsquigarrow B$ で示す . また , 情報リンク $P : A \rightsquigarrow B$ に対して , $P(\alpha, \beta, a, b)$ を

$$a \vDash_A \alpha \rightsquigarrow_P b \vDash_B \beta$$

と示すこともある .

$P : A \rightsquigarrow B, Q : B \rightsquigarrow C$ とする . そのとき , $a \vDash_A \alpha \rightsquigarrow_P b \vDash_B \beta, b \vDash_B \beta \rightsquigarrow_Q c \vDash_C \gamma$ となるととき , 情報リンク P を A から B への情報の流れ , 情報リンク Q を B から C への情報の流れと見るとき , A における情報 $a \vDash_A \alpha$ を C における情報 $c \vDash_C \gamma$ に変容せしめる A から C への情報の流れが合成されたと考えられる .

定義 1.4. $P : A \rightsquigarrow B, Q : B \rightsquigarrow C$ とする . そのとき , P と Q の合成 $Q \circ P : A \rightsquigarrow C$ を

$$(Q \circ P)(\alpha, \gamma, a, c) \iff \exists \beta \in \text{typ}(B) \exists b \in \text{tok}(B) (P(\alpha, \beta, a, b) \wedge Q(\beta, \gamma, b, c))$$

と定義する .³

$P : A \rightsquigarrow B$ とするとき , $a \vDash_A \alpha \rightsquigarrow_P b \vDash_B \beta$ であることは , P を情報の流れと見るとき α は β と変換され , a はその情報を b に手渡していると考えられる . 従って , 情報の内容の変換と , その情報の流れの送り手と受け手の関係を決めてやれば , A から B への情報リンクが決まると考えられる . 即ち , $\text{typ}(A)$ から $\text{typ}(B)$ への対応 R ⁴ および $\text{tok}(B)$ から $\text{tok}(A)$ への対応 S に対して , 4 項関係 $P(\alpha, \beta, a, b)$ を $\alpha R \beta \wedge b S a$ と定義するとき , $P : A \rightsquigarrow B$ となるときを考える⁵

定義 1.5. A, B を分類とする . 対応 $R : \text{typ}(A) \rightarrow \text{typ}(B)$ 及び $S : \text{tok}(B) \rightarrow \text{tok}(A)$ の対 $\langle R, S \rangle$ が A から B への条件射になるとは ,

$$\forall \alpha \forall \beta \forall a \forall b (\alpha R \beta \wedge b S a \implies (a \vDash_A \alpha \implies b \vDash_B \beta))$$

を満足するときをいう .⁶

³ \wedge は “かつ” を意味する .

⁴集合 A , 集合 B 及び $\{(a, b) \mid a \in A \wedge b \in B\}$ の部分集合 R からなる鼎 $\langle R, A, B \rangle$ を A から B への対応と呼び , A, B をそれぞれその対応の始集合および終集合とそれぞれ呼ぶ . $\langle R, A, B \rangle$ が対応であるとき , R を A から B への対応と呼び , $R : A \rightarrow B$ と記すことにする .

⁵ S を $\text{tok}(A)$ から $\text{tok}(B)$ への対応でなく , $\text{tok}(B)$ から $\text{tok}(A)$ への対応としたことにはそれほどの本質的な意味がない . これは , 後ほどに情報射の概念が定義されるが , それに合わせるための技術的なことである .

⁶「情報リンク」の概念は , あるいはむしろこの講義における「条件射」の概念は , 既に , Seligman により得られていたものであったが , 神戸大学における数理設計グループの「情報の流れ」に関する討議から「*-射」の概念とし最初に独立に得られて , 「情報の流れ」の理論にとって基本的な概念として発展した .

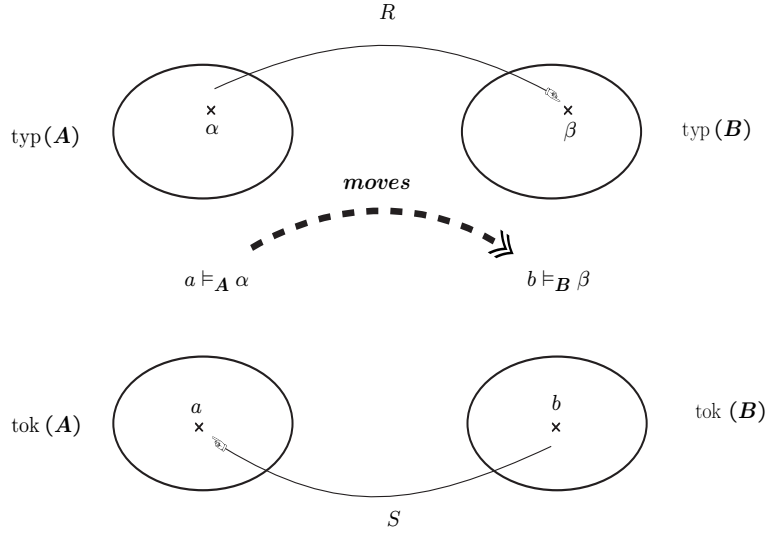


図 2: 条件射

例 1.6. 対応 $R: \text{typ}(A) \rightarrow \text{typ}(B)$ が与えられているとき, $R^*: \text{tok}(B) \rightarrow \text{tok}(A)$ を

$$b R^* a \iff \forall \alpha \forall \beta (\alpha R \beta \implies (a \vDash_A \alpha \implies b \vDash_B \beta)) \quad (2)$$

と定義する. このとき, 明らかに, $\langle R, R^* \rangle: A \rightsquigarrow B$ となる. $\langle R, R^* \rangle$ は, 情報の内容の変換が決まっているとき, その内容の変換に合致した論理的に考えられる情報リンクを表している. 同様に, 対応 $S: \text{tok}(A) \rightarrow \text{tok}(B)$ が与えられているとき, $S_*: \text{typ}(A) \rightarrow \text{typ}(B)$ を

$$\alpha S_* \beta \iff \forall a \forall b (b S a \implies (a \vDash_A \alpha \implies b \vDash_B \beta)) \quad (3)$$

と定義する. このときも, 明らかに, $\langle S_*, S \rangle: A \rightsquigarrow B$ となる. $\langle S_*, S \rangle$ は, 送り手-受け手の関係が決まっているとき, その送り手-受け手の関係に合致した論理的に考えられる情報リンクを意味している.

命題 1.7. $\langle R, S \rangle: A \rightrightarrows B$ を反変対応とすると, つぎは同値である.

1. $\langle R, S \rangle: A \rightrightarrows B$ は条件射である.
2. $R \subseteq S_*$.
3. $S \subseteq R^*$.

定義 1.8. 条件射 $\langle R, S \rangle: A \rightrightarrows B$ に対して $\langle R^{-1}, S^{-1} \rangle: B \rightrightarrows A$ もまた条件射となるとき, $\langle R, S \rangle: A \rightrightarrows B$ を双条件射という.⁷

⁷対応 $R: A \rightarrow B$ に対して, 逆対応 $R^{-1}: B \rightarrow A$ を $b R^{-1} a \iff a R b$ で定義する.

2 情報の流れ

情報の場 λ から情報の場 μ への情報の流れというものは、情報の場 λ, μ のみに関係していることではないであろう。それは、他の情報の場との情報の流れが λ から μ へのその情報の流れを作っているかもしれない。例えば、 $\lambda = \lambda_0$ から λ_1 へ、 λ_1 から λ_2 へ、 \dots 、 λ_{n-1} から $\lambda_n = \mu$ へ次々に情報が流れているとする。それらの情報の流れは、分類 A_{λ_i} で情報の場 λ_i を表現しているとして、条件射の列 $\langle R_1, S_1 \rangle : A_{\lambda_0} \rightleftharpoons A_{\lambda_1}$, $\langle R_2, S_2 \rangle : A_{\lambda_1} \rightleftharpoons A_{\lambda_2}, \dots, \langle R_n, S_n \rangle : A_{\lambda_{n-1}} \rightleftharpoons A_{\lambda_n}$ で表すことができるとする。そのときそれらの合成 $\langle R_n \circ \dots \circ R_1, S_1 \circ \dots \circ S_n \rangle$ により、情報の場 λ から情報の場 μ への情報の流れを作る。一般に、情報の場 λ から情報の場 μ への情報が流れることは、二つの情報場 λ と μ のみ間のことだけでなく、幾つかの分類間の条件射に関わることである。

さて、考慮にある情報の場の集合 Λ を考える。 $\lambda \in \Lambda$ を情報の場とするとき、 A_λ を情報の場 λ を表現している分類とする。勿論、 $\lambda, \mu \in \Lambda$ が情報の場として異なっても、その表現である分類 A_λ 及び A_μ は等しくなるかもしれない。数学的には、分類の Λ -族 $\mathcal{L} = \{A_\lambda\}_{\lambda \in \Lambda}$ を考えているに過ぎない。 \mathcal{L} としては考察する分類が属する十分広いものを考えておいてやればよい。また、記述を簡単にするため、任意の $\lambda \in \Lambda$ に対して、 $\text{tok}(A_\lambda) \neq \emptyset$ と仮定する。

定義 2.1. $\mathcal{L} = \{A_\lambda\}_{\lambda \in \Lambda}$ における選出 s とは、任意の $\lambda \in \Lambda$ に対して、 $s_\lambda \in \text{tok}(A_\lambda)$ となる写像 $s : \lambda \mapsto s_\lambda$ を云う。

定義 2.2. $\lambda, \mu \in \Lambda$ を異なる情報の場とする。条件射 $\langle R, S \rangle : A_\lambda \rightleftharpoons A_\mu$ を \mathcal{L} における情報の場 λ から情報の場 μ への条件射と言う。

定義 2.3. \mathcal{F} を \mathcal{L} における情報の場から情報の場への条件射の集合とする。(このような \mathcal{F} を \mathcal{L} における条件射の集合と云うことにする。)

1. $\lambda, \mu \in \Lambda$ とする。 \mathcal{F} により $\alpha \in \text{typ}(A_\lambda)$ は $\beta \in \text{typ}(A_\mu)$ と伝搬されるとは、 $\lambda = \mu$ かつ $\alpha = \beta$ または \mathcal{F} に属する条件射の有限列 $\langle R_1, S_1 \rangle : A_\lambda = A_{\lambda_0} \rightleftharpoons A_{\lambda_1}$, $\langle R_2, S_2 \rangle : A_{\lambda_1} \rightleftharpoons A_{\lambda_2}, \dots, \langle R_n, S_n \rangle : A_{\lambda_{n-1}} \rightleftharpoons A_{\lambda_n} = A_\mu$ と $\alpha = \gamma_0 R_1 \gamma_1 R_2 \dots R_{n-1} \gamma_{n-1} R_n \gamma_n = \beta$ なるタイプの有限列 $\gamma_0, \dots, \gamma_n$ ($\gamma_i \in \text{typ}(A_{\lambda_i})$) が存在することを言う。
2. 任意の $\langle R, S \rangle \in \mathcal{F}$ に対して、 $\langle R, S \rangle : A_\lambda \rightleftharpoons A_\mu$ のとき $s_\lambda S s_\mu$ が成立するような \mathcal{L} における選出 s を \mathcal{F} における情報搬送路と言うことにする。

定義 2.4. \mathcal{F} を \mathcal{L} における条件射の集合とする。 \mathcal{L} における条件射 $\langle R, S \rangle : A_\lambda \rightleftharpoons A_\mu$ が次の条件 (i), (ii) を満足するとき、 \mathcal{F} は情報の流れとして $\langle R, S \rangle$ を導出すると云い、 $\mathcal{F} \vdash_{\mathcal{L}} \langle R, S \rangle$ と書く。

(i) s を \mathcal{F} における情報搬送路であるとき, $s_\mu S s_\lambda$ となる.

(ii) $\alpha R \beta$ なるとき, \mathcal{F} により $\alpha \in \text{typ}(A_\lambda)$ は $\beta \in \text{typ}(A_\mu)$ と伝搬される

極端な例として, $\mathcal{F} = \emptyset$ を考える. $\langle R, S \rangle : A_\lambda \rightleftharpoons A_\mu$, $\lambda \neq \mu$ とする. そのとき, $\mathcal{F} \vDash_{\mathcal{L}} \langle R, S \rangle$ であるための必要十分条件は $R = \emptyset$ かつ $S = \text{tok}(A_\lambda) \times \text{tok}(A_\mu)$ となる. これは, $\mathcal{F} = \emptyset$ は異なる情報の場の間では, 何も情報の流れを生じさせないと云うことを意味する.

\mathcal{F}, \mathcal{G} を \mathcal{L} における条件射の集合とすると, 任意の $\langle R, S \rangle \in \mathcal{G}$ に対して $\mathcal{F} \vDash_{\mathcal{L}} \langle R, S \rangle$ となるならば $\mathcal{F} \vdash \mathcal{G}$ と書く. $\mathcal{F} \vdash \mathcal{G}$ かつ $\mathcal{G} \vdash \mathcal{F}$ となるとき \mathcal{F} と \mathcal{G} は同等な情報の流れを作るといふ.

\mathcal{L} における条件射の集合 \mathcal{F} が与えられたとき, \mathcal{F} における情報搬送路という概念と \mathcal{F} によりタイプが伝搬されるという概念が得られるが, そのことは次の重要な半不変子の概念に導く.

定義 2.5. $J = \langle R, S \rangle$ が分類 A における双対半不変子であるとは, R は $\text{typ}(A)$ の 2 項関係, S は $\text{tok}(A)$ の部分集合であり, 任意の $a \in \text{tok}(A)$ に関して, $\alpha R \alpha'$ である限り常に $a \vDash_A \alpha$ から $a \vDash_A \alpha'$ が導き出されることである. 言い換えると, $\langle R, \text{id}_{\text{tok}(A)} | S \rangle : A \rightleftharpoons A$ が条件射となることである.

$\mathcal{L} = \{A_\lambda\}_{\lambda \in \Lambda}$ の直和 $\sum_{\lambda \in \Lambda} A_\lambda$ を次のように定義する.

1. $\text{tok}(\sum_{\lambda \in \Lambda} A_\lambda) = \{s \mid s \text{ は } \mathcal{L} \text{ に関する選出である} \}$,
2. $\text{typ}(\sum_{\lambda \in \Lambda} A_\lambda) = \{ \langle \alpha, \lambda \rangle \mid \lambda \in \Lambda, \alpha \in \text{typ}(A_\lambda) \}$,
3. $s \vDash_{\sum_{\lambda \in \Lambda} A} \langle \alpha, \lambda \rangle$ を $s_\lambda \vDash_{A_\lambda} \alpha$ と定義する.

\mathcal{F} を \mathcal{L} における条件射の集合とする. $\sum_{A \in \mathcal{L}} A$ における双対不変子 $\langle R_{\mathcal{F}}, S_{\mathcal{F}} \rangle$ を次で定義する.

1. \mathcal{F} に属するある条件射 $\langle R, S \rangle : A_\lambda \rightleftharpoons A_\mu$ に対して $\alpha R \beta$ となるとき $\langle \alpha, \lambda \rangle R_{\mathcal{F}} \langle \beta, \mu \rangle$ と定義する.
2. $S_{\mathcal{F}} = \{s \in \text{tok}(\sum_{\lambda \in \Lambda} A_\lambda) \mid s \text{ は } \mathcal{F} \text{ における情報搬送路} \}$.

命題 2.6. \mathcal{L} における条件射の集合 \mathcal{F}, \mathcal{G} について, $\mathcal{F} \vdash_{\mathcal{L}} \mathcal{G}$ となる必要かつ十分条件は

1. $\langle \alpha, \lambda \rangle R_{\mathcal{G}} \langle \beta, \mu \rangle$ であればタイプの有限列 $\langle \alpha, \lambda \rangle = \langle \gamma_0, A_{\lambda_0} \rangle R_{\mathcal{F}} \langle \gamma_1, A_{\lambda_1} \rangle \cdots \langle \gamma_{n-1}, A_{\lambda_{n-1}} \rangle R_{\mathcal{F}} \langle \gamma_n, A_{\lambda_n} \rangle = \langle \beta, \mu \rangle$ が存在する.
2. \mathcal{F} に関する情報搬送路はすべて \mathcal{G} に関する情報搬送路となる. 即ち, $S_{\mathcal{F}} \subseteq S_{\mathcal{G}}$ となる.

上の命題は, 次の一般的な定義を示唆する.

定義 2.7. A を分類, $J = \langle R, S \rangle$ 及び $J' = \langle R', S' \rangle$ を A における双対半不変子とする. J は J' に依存するとは, 次の条件 (i), (ii) が成立することである.

1. $\alpha R \beta$ であるならばタイプの有限列 $\alpha = \gamma_0 R' \gamma_1 \cdots \gamma_{n-1} R' \gamma_n = \beta$ が存在する.
2. $S' \subseteq S$ となる.

分類 A における双対半不変子 J 及び J' に対して, J が J' に依存するという関係は, 明らかに, 分類 A における双対半不変子全体の集合における擬順序集合である. 従って, 分類 A における双対半不変子 J 及び J' が相互に依存する関係は, 分類 A における双対半不変子全体の集合における同値関係である. その同値関係による分類 A における双対半不変子全体の集合の商集合 $\text{Deg}(A)$ の元を A における情報の流れ回数と言い, a, b, \dots 等で表す. A における双対半不変子 J に関して, J の $\text{Deg}(A)$ における同値類を a とするとき, $\text{deg}_A(J) = a$ のように書くことにする. $a = \text{deg}_A(J)$, $b = \text{deg}_A(J')$ とするとき, $a \leq b$ を J が J' に依存することにより定義する. $\text{Deg}(A)$ はこの順序により完備束となる. 実際, $J_i = \langle R_i, S_i \rangle$ ($i \in I$) を分類 A における双対半不変子よりなる族とするとき, $\text{deg}_A(\langle \bigcup_{i \in I} R_i, \bigcap_{i \in I} S_i \rangle)$, $\text{deg}_A(\langle \bigcap_{i \in I} R_i, \bigcup_{i \in I} S_i \rangle)$ は $\{\text{deg}_A(J_i)\}_{i \in I}$ のそれぞれ上限及び下限となる.

3 チャンネル

Barwise-Seligman はチャンネルの概念により, 情報の流れの理論を構築している (Barwise-Seligman[5]) この節においては, 前節における情報の流れの概念が, Barwise-Seligman のチャンネル理論といかに関係するかを明にしよう.

つぎの情報射の概念は, Barwise-Seligman のチャンネル理論において本質的である.

定義 3.1. $\langle f^{\wedge}, f^{\vee} \rangle : A \rightleftharpoons B$ を $f^{\wedge} : \text{typ}(A) \rightarrow \text{typ}(B)$ 及び $f^{\vee} : \text{tok}(B) \rightarrow \text{tok}(A)$ なる写像の対とする (このような写像の対を A から B への反変対という.) $\langle f^{\wedge}, f^{\vee} \rangle$ が A から B への双条件射となるとき, $\langle f^{\wedge}, f^{\vee} \rangle : A \rightleftharpoons B$ を A から B への情報射という.

次の命題は明らかであろう.

命題 3.2. $\langle f^{\wedge}, f^{\vee} \rangle : A \rightleftharpoons B$ が情報射となるための必要十分条件は, 次が成立することである.

すべての $\alpha \in \text{typ}(A)$ と $b \in \text{tok}(B)$ に対して,

$$f^{\vee}(b) \vDash_A \alpha \iff b \vDash_B f^{\wedge}(\alpha).$$

定義 3.3. $\mathcal{L} = \{A_\lambda\}_{\lambda \in \Lambda}$ を分類の族とする. $\mathcal{C} = \{f_\lambda : A_\lambda \rightleftharpoons C\}_{\lambda \in \Lambda}$ なる情報射の族 \mathcal{C} を \mathcal{L} におけるチャンネル, C を \mathcal{C} の核という.

我々は核のタイプが順序づけられているようなチャンネルを考察する必要がある.

定義 3.4. (i) トークンが順序づけられている分類 $\mathfrak{A} = \langle \text{tok}(\mathfrak{A}), \text{typ}(\mathfrak{A}), \vDash_{\mathfrak{A}}, \leq_{\mathfrak{A}} \rangle$ とは, $\text{cla}(\mathfrak{A}) = \langle \text{tok}(\mathfrak{A}), \text{typ}(\mathfrak{A}), \vDash_{\mathfrak{A}} \rangle$ は分類であり, $\leq_{\mathfrak{A}}$ は $\text{tok}(\mathfrak{A})$ の上の順序であり, いかなる $a, a' \in \text{tok}(\mathfrak{A}), \alpha \in \text{typ}(\mathfrak{A})$ に対しても $a \leq_{\mathfrak{A}} a'$ かつ $a \vDash_{\mathfrak{A}} \alpha$ ならば $a' \vDash_{\mathfrak{A}} \alpha$ が成立する.

(ii) タイプが順序づけられている分類 $\mathfrak{A} = \langle \text{tok}(\mathfrak{A}), \text{typ}(\mathfrak{A}), \vDash_{\mathfrak{A}}, \leq_{\mathfrak{A}} \rangle$ とは, $\text{cla}(\mathfrak{A}) = \langle \text{tok}(\mathfrak{A}), \text{typ}(\mathfrak{A}), \vDash_{\mathfrak{A}} \rangle$ は分類であり, $\leq_{\mathfrak{A}}$ は $\text{typ}(\mathfrak{A})$ の上の順序であり, いかなる $\alpha, \alpha' \in \text{typ}(\mathfrak{A}), a \in \text{tok}(\mathfrak{A})$ に対しても $\alpha \leq_{\mathfrak{A}} \alpha'$ かつ $a \vDash_{\mathfrak{A}} \alpha$ ならば $a \vDash_{\mathfrak{A}} \alpha'$ が成立する.

定義 3.5. 核のタイプが順序づけられている $\mathcal{L} = \{A_\lambda\}_{\lambda \in \Lambda}$ におけるチャンネル $\mathcal{C} = \{f_\lambda : A_\lambda \rightleftharpoons C\}_{\lambda \in \Lambda}$ とは, C がタイプが順序づけられている分類である \mathcal{L} におけるチャンネル $\{f_\lambda : A_\lambda \rightleftharpoons \text{cla}(C)\}_{\lambda \in \Lambda}$ を云う.

チャンネルの粗密の概念は, 情報の流れ回数と関係して重要である.

定義 3.6. $\mathcal{L} = \{A_\lambda\}_{\lambda \in \Lambda}$ におけるチャンネル $\mathcal{C} = \{f_\lambda : A_\lambda \rightleftharpoons C\}_{\lambda \in \Lambda}$, $\mathcal{C}' = \{f'_\lambda : A_\lambda \rightleftharpoons C'\}_{\lambda \in \Lambda}$ において, \mathcal{C}' は \mathcal{C} よりも緻密であるとは, いかなる $\lambda \in \Lambda$ に対しても図式

$$\begin{array}{ccc} & & C' \\ & \nearrow^{f'_\lambda} & \uparrow r \\ A_\lambda & \xrightarrow{f_\lambda} & C \end{array}$$

を可換にする情報射 $r : C \rightleftharpoons C'$ が存在することである. 情報射 r を \mathcal{C} の \mathcal{C}' への細分射という.

核のタイプが順序づけられているチャンネルに関しても粗密の概念は上と同様に定義できるが, そのときは細分射に順序を保持することが要求される.

チャンネルの例としては, 分類の和を核とするチャンネルがある. 情報射 $\sigma_\lambda : A_\lambda \rightleftharpoons \sum_{\lambda \in \Lambda} A_\lambda$ を

1. $\alpha \in \text{typ}(A)$ に対して $\sigma_\lambda(\alpha) = \langle \alpha, \lambda \rangle$,
2. $s \in \text{tok}(\sum_{\lambda \in \Lambda} A_\lambda)$ に対して $\sigma_\lambda(s) = s_\lambda$

と定義する. 次の命題は, チャンネル $\{\sigma_\lambda : A_\lambda \rightleftharpoons \sum_{\lambda \in \Lambda} A_\lambda\}$ が \mathcal{L} におけるチャンネルの中で最も粗いものであることを示している.

命題 3.7. $\mathcal{L} = \{A_\lambda\}_{\lambda \in \Lambda}$ における任意のチャンネル $\mathcal{C} = \{f_\lambda : A_\lambda \rightleftharpoons C\}_{\lambda \in \Lambda}$ に対して, \mathcal{C} は $\{\sigma_\lambda : A_\lambda \rightleftharpoons \sum_{\lambda \in \Lambda} A_\lambda\}$ よりも緻密である. また, 細分射 $r : \sum_{\lambda \in \Lambda} A_\lambda \rightleftharpoons C$ は一意的に決まる.

$\{f_\lambda : A_\lambda \rightrightarrows \mathcal{C}\}_{\lambda \in \Lambda}$ を \mathcal{L} におけるタイプが順序づけられているチャンネルとする . $\alpha \in A_\lambda, \beta \in A_\mu$ とする . $f_\lambda(\alpha) \leq_{\mathcal{C}} f_\mu(\beta), c \in \text{tok}(\mathcal{C})$ とするとき , $c \vDash_{\mathcal{C}} f_\lambda(\alpha)$ であるならば $c \vDash_{\mathcal{C}} f_\mu(\beta)$ となる . f_λ, f_μ が情報射であることから $f_\lambda(c) \vDash_{A_\lambda} \alpha$ ならば $f_\mu(c) \vDash_{A_\mu} \beta$ が成立する . 従って , $\langle R, S \rangle : A_\lambda \rightrightarrows A_\mu$ に対して

1. $\forall \alpha \in \text{typ}(A_\lambda) \forall \beta \in \text{typ}(A_\mu) (\alpha R \beta \implies f_\lambda(\alpha) \leq_{\mathcal{C}} f_\mu(\beta)),$
2. $\forall c \in \text{tok}(\mathcal{C}) (f_\mu(c) S f_\lambda(c))$

が成立するとき , チャンネル \mathcal{C} により $\langle R, S \rangle$ は A_λ から A_μ への情報の流れを作ると見ることができる .

定義 3.8. タイプが順序づけられているチャンネル $\{f_\lambda : A_\lambda \rightrightarrows \mathcal{C}\}_{\lambda \in \Lambda}$ が条件射 $\langle R, S \rangle : A_\lambda \rightrightarrows A_\mu$ を覆うとは , 上の 1 及び 2 を満足することを云う .

定義 3.9. \mathcal{F} を $\mathcal{L} = \{A_\lambda\}_{\lambda \in \Lambda}$ における条件射の集合とする . \mathcal{L} におけるタイプが順序づけられている全てのチャンネル $\{f_\lambda : A_\lambda \rightrightarrows \mathcal{C}\}_{\lambda \in \Lambda}$ に対して , すべての \mathcal{F} に属する条件射を覆うならば $\langle R, S \rangle$ を覆うことが成立するとき , $\mathcal{F} \vDash_{\mathcal{L}} \langle R, S \rangle$ と表す .

命題 3.10. $\mathcal{F} \vdash_{\mathcal{L}} \langle R, S \rangle$ ならば $\mathcal{F} \vDash_{\mathcal{L}} \langle R, S \rangle$ となる .

Proof. $\langle R, S \rangle : A_\lambda \rightrightarrows A_\mu, \mathcal{F} \vdash_{\mathcal{L}} \langle R, S \rangle$ とする . $\mathcal{C} = \{f_\lambda : A_\lambda \rightrightarrows \mathcal{C}\}_{\lambda \in \Lambda}$ を \mathcal{F} に属するすべての条件射を覆う核のタイプが順序づけられているチャンネルとする . $\alpha R \beta$ とする . そのとき , \mathcal{F} に属する条件射の有限列 $\langle R_1, S_1 \rangle : A_\lambda \rightrightarrows A_{\lambda_1}, \langle R_2, S_2 \rangle : A_{\lambda_1} \rightrightarrows A_{\lambda_2}, \dots, \langle R_n, S_n \rangle : A_{\lambda_{n-1}} \rightrightarrows A_\mu$ 及び $\alpha R_1 \gamma_1, \dots, \gamma_{n-1} R_n \beta$ となるタイプの有限列 $\gamma_1 \in \text{typ}(A_{\lambda_1}), \dots, \gamma_{n-1} \in \text{typ}(A_{\lambda_{n-1}})$ が存在する . \mathcal{C} は $\langle R_1, S_1 \rangle, \dots, \langle R_n, S_n \rangle$ を覆うので $f_\lambda(\alpha) \leq_{\mathcal{C}} f_{\lambda_1}(\gamma_1) \leq_{\mathcal{C}} \dots \leq_{\mathcal{C}} f_{\lambda_{n-1}}(\gamma_{n-1}) \leq_{\mathcal{C}} f_\mu(\beta)$ を得る . 次に , $c \in \text{tok}(\text{cla}(\mathcal{C}))$ を任意とする . そのとき , $s : \lambda \mapsto f_\lambda(c)$ は \mathcal{F} に関する情報搬送路となる . 従って , $\mathcal{F} \vDash_{\mathcal{L}} \langle R, S \rangle$ なることより $f_\mu(c) S f_\lambda(c)$ を得る . \square

4 商分類

双対半不変子概念から商分類の概念が得られる .

定理 4.1. $\langle R, S \rangle$ を分類 A における双対半不変子とする . そのとき , タイプが順序づけられている分類 \mathcal{C} と情報射 $f : A \rightrightarrows \text{cla}(\mathcal{C})$ の対 $\langle \mathcal{C}, f \rangle$ で次の性質 (a), (b) を持つものが存在する .

- (a) (1) $\alpha R \alpha'$ ならば $f(\alpha) \leq_{\mathcal{C}} f(\alpha')$ となる . (2) $c \in \text{tok}(\mathcal{C})$ に対して $f(c) \in S$ となる .

- (b) $\langle \mathcal{C}', f' \rangle$ が性質 (a) を持つタイプが順序づけられている分類 \mathcal{C}' と情報射 $f' : A \rightrightarrows \text{cla}(\mathcal{C}')$ の対とする．そのとき，図式

$$\begin{array}{ccc} A & & \\ \downarrow f & \searrow f' & \\ \text{cla}(\mathcal{C}) & \xrightarrow{h} & \text{cla}(\mathcal{C}') \end{array}$$

を可換にする情報射 $h : \text{cla}(\mathcal{C}) \rightrightarrows \text{cla}(\mathcal{C}')$ が一意に存在する．

一意に決まる h は順序を保持する情報射となる．

Proof. R を含む最小の $\text{typ}(A)$ における擬順序⁸を \lesssim_R とする．

$$\forall a \in \text{tok}(A) (a \vDash_A \alpha \implies a \vDash_A \alpha') \quad (4)$$

なる α, α' の関係は R を含む擬順序であるので， $\alpha \lesssim_R \alpha'$ は (4) を満足する． $\text{typ}(A)$ における同値関係 \sim_R を

$$\alpha \sim_R \alpha' \iff \alpha \lesssim_R \alpha' \wedge \alpha' \lesssim_R \alpha$$

で定義する．タイプが順序づけられている分類 \mathcal{C} を次で定義する．

1. $\text{tok}(\mathcal{C}) = S$.
2. $\text{typ}(\mathcal{C}) = \text{typ}(A) / \sim_R$.
3. $a \vDash_{\mathcal{C}} [\alpha]_{\sim_R}$ は $a \vDash_A \alpha$ で定義する．
4. $[\alpha]_{\sim_R} \leq_{\mathcal{C}} [\alpha']_{\sim_R}$ を $\alpha \lesssim_R \alpha'$ で定義する．

上の定義で，3 が矛盾なく定義できることは， \lesssim_R が (4) を満足していることから明らかである．4 が矛盾なく定義できることは同値関係 \sim_R の定義より明らかである．また，任意の $a \in \text{tok}(\mathcal{C})$ に対して， $[\alpha]_{\sim_R} \leq_{\mathcal{C}} [\alpha']_{\sim_R}$ かつ $a \vDash_{\mathcal{C}} [\alpha]_{\sim_R}$ ならば $a \vDash_{\mathcal{C}} [\alpha']_{\sim_R}$ が成立することを確かめるのも容易である．情報射 $f : A \rightrightarrows \text{cla}(\mathcal{C})$ を f^{\wedge} を $\text{typ}(A)$ から $\text{typ}(\mathcal{C}) = \text{typ}(A) / \sim_R$ への標準的な全射， f^{\sim} を $\text{tok}(\mathcal{C}) = S$ から $\text{tok}(A)$ への包含写像とする． $\langle \mathcal{C}, f \rangle$ が性質 (a) を持つことは明らかである．つぎに， $\langle \mathcal{C}', f' \rangle$ が性質 (a) を持つとする．

$$f'(\alpha) \leq_{\mathcal{C}'} f'(\alpha') \quad (5)$$

なる α と α' の関係は R を含む擬順序であるので， $\alpha \lesssim_R \alpha'$ であれば (5) を満たす．情報射 $h : \text{cla}(\mathcal{C}) \rightrightarrows \text{cla}(\mathcal{C}')$ を $h^{\wedge}([\alpha]_{\sim_R}) = f'(\alpha)$ と定義をし，

⁸ \lesssim が集合 A における擬順序であるとは，(i) $a \lesssim a$ 及び (ii) $a \lesssim b$ かつ $b \lesssim c$ ならば $a \lesssim c$ の2条件を満足する A における2項関係である．

$h(\alpha) = f'(\alpha)$ と定義する. h が矛盾なく定義できることは, $\alpha \lesssim_R \alpha'$ ならば $f'(\alpha) \leq_{\mathcal{C}} f'(\alpha')$ となることより言える. $h : \text{cla}(\mathcal{C}) \rightleftharpoons \text{cla}(\mathcal{C}')$ が情報射であることは明らかである. h の一意性は h の定義から明らかである. h が順序を保持することは, $\alpha \lesssim_R \alpha'$ であれば (5) を満足することから云える. \square

分類 A における双対半不変子 J に対して, $\langle \mathcal{C}_1, f_1 \rangle$ 及び $\langle \mathcal{C}_2, f_2 \rangle$ を定理 4.1 における性質 (a), (b) を満足するタイプが順序づけられている分類及び情報射の対とする. そのとき, $h_1 \circ f_1 = f_2, h_2 \circ f_2 = f_1$ なる順序を保持する情報射 $h_1 : \mathcal{C}_1 \rightleftharpoons \mathcal{C}_2, h_2 : \mathcal{C}_2 \rightleftharpoons \mathcal{C}_1$ が存在する. このことから, $h_1 \circ h_2 \circ f_2 = f_2, h_2 \circ h_1 \circ f_1 = f_1$ が云える. $1_{\mathcal{C}_1}, 1_{\mathcal{C}_2}$ の一意性より, $1_{\mathcal{C}_1} = h_2 \circ h_1, 1_{\mathcal{C}_2} = h_1 \circ h_2$ となる. よって, h_1 及び h_2 は同型写像となる. 従って, 定理 4.1 における性質 (a), (b) を満足するタイプが順序づけられている分類 \mathcal{C} と情報射 f の対 $\langle \mathcal{C}, f \rangle$ は同型を除いて一意に決まるが, A を双対半不変子 J による商分類と言い, A/J で示し, 情報射 $f : A \rightleftharpoons \text{cla}(\mathcal{C})$ を A から A/J への標準的信息射と云い, τ_J で示す.

5 極小被覆定理

\mathcal{F} を $\mathcal{L} = \{A_\lambda\}_{\lambda \in \Lambda}$ における条件射の集合とする. そのとき, 完全性定理といえる $\mathcal{F} \vDash_{\mathcal{L}} \langle R, S \rangle$ ならば $\mathcal{F} \vdash_{\mathcal{L}} \langle R, S \rangle$ が言えるのであるが, その証明には次の極小被覆定理が必要である.

定理 5.1 (極小被覆定理). \mathcal{F} を $\mathcal{L} = \{A_\lambda\}_{\lambda \in \Lambda}$ に関する条件射の集合とする. そのとき, 次の性質 (a) 及び (b) を持つ \mathcal{L} に関する核のタイプが順序づけられているチャンネル $\mathcal{C} = \{f_\lambda : A_\lambda \rightleftharpoons \mathcal{C}\}_{\lambda \in \Lambda}$ が存在する.

- (a) \mathcal{F} に属するすべての条件射を \mathcal{C} は被覆する.
- (b) 核のタイプが順序づけられている \mathcal{L} に関するチャンネル $\mathcal{C}' = \{f'_\lambda : A_\lambda \rightleftharpoons \mathcal{C}'\}_{\lambda \in \Lambda}$ が性質 (a) を持てば, すべての $\lambda \in \Lambda$ に対して, 図式

$$\begin{array}{ccc}
 & & \text{cla}(\mathcal{C}') \\
 & \nearrow f'_\lambda & \uparrow r \\
 A_\lambda & \xrightarrow{f_\lambda} & \text{cla}(\mathcal{C})
 \end{array}$$

を可換にする順序を保持する情報射 $r : \mathcal{C} \rightleftharpoons \mathcal{C}'$ が一意に存在する.

Proof. \mathcal{F} を $\mathcal{L} = \{A_\lambda\}_{\lambda \in \Lambda}$ に関する条件射の集合とする. そのとき, $J_{\mathcal{F}} = \langle R_{\mathcal{F}}, S_{\mathcal{F}} \rangle$ は \mathcal{L} の直和 $\sum_{\lambda \in \Lambda} A_\lambda$ における双対半不変子となるが, $J_{\mathcal{F}}$ による $\sum_{\lambda \in \Lambda} A_\lambda$ の商分類を \mathcal{C} , $\sum_{\lambda \in \Lambda} A_\lambda$ への標準的な情報射を $\tau_{J_{\mathcal{F}}}$ とする. 任意の $\lambda \in \Lambda$ に対して, $f_\lambda = \tau_{J_{\mathcal{F}}} \circ \sigma_\lambda$ とする. \mathcal{C} が \mathcal{F} に属するすべての条件

射を覆うことは明らかである。 \mathcal{C}' を性質 (a) を持つ核のタイプが順序づけられている \mathcal{L} に関するチャンネルとする。命題 3.7 より、任意の $\lambda \in \Lambda$ に対して $f' \circ \sigma_\lambda = f'_\lambda$ となる情報射 $f' : \sum_{\lambda \in \Lambda} A_\lambda \rightleftharpoons \text{cla}(\mathcal{C})$ が一意に存在する。 $\alpha R_{\mathcal{F}} \beta$ のとき、 \mathcal{F} に属するある条件射 $\langle R, S \rangle : A_\lambda \rightleftharpoons A_\mu$ に関して $\alpha R \beta$ となるので、 $f_\lambda(\alpha) \leq_{\mathcal{C}} f_\mu(\beta)$ となる。また、任意の $c' \in \text{tok}(\mathcal{C}')$ に対して、 $s : \lambda \mapsto f'_\lambda(c')$ は \mathcal{F} に関する情報搬送路となるので、 $f'(c') \in S_{\mathcal{F}}$ となる。従って、 $r \circ \tau_{J_{\mathcal{F}}} = f'$ となる順序を保持する情報射 $r : \mathcal{C} \rightleftharpoons \mathcal{C}'$ が一意に存在する。 $r \circ f_\lambda = r \circ \tau_{J_{\mathcal{F}}} \circ \sigma_\lambda = f' \circ \sigma_\lambda = f'_\lambda$ となり、 r の一意性は図式を可換にする情報射 $r : \text{cla}(\mathcal{Q}) \rightleftharpoons \text{cla}(\mathcal{C})$ に対しては常に $r \circ \tau_{J_{\mathcal{F}}} = f'$ なることより言える。□

$\mathcal{L} = \{A_\lambda\}_{\lambda \in \Lambda}$ に関する条件射の集合 \mathcal{F} に対して、上の定理で決まるチャンネル \mathcal{F} は、定理の性質 (a) 及び (b) を持つ核のタイプが順序づけられたチャンネルの内でもっとも粗いものとして同型を除いて一意に決まるのであるが、これを \mathcal{F} の極小被覆と呼ぶ。

系 5.2 (完全性). $\mathcal{F}, \langle R, S \rangle : A_\lambda \rightleftharpoons A_\mu$ を $\mathcal{L} = \{A_\lambda\}_{\lambda \in \Lambda}$ に関する条件射の集合及び条件射とする。そのとき、 $\mathcal{F} \vDash_{\mathcal{L}} \langle R, S \rangle$ ならば $\mathcal{F} \vDash_{\mathcal{C}} \langle R, S \rangle$ となる。

補題 5.3. R を集合 A における 2 項関係とする。 $a \lesssim_R b$ を $a = b$ または $a_0 R a_1, a_1 R a_2, \dots, a_{n-1} R a_n$ となる有限列 $a = a_0, a_1, \dots, b = a_n$ が存在すると定義すると、 \lesssim_R は R 含む最小の擬順序である。

Proof. $\mathcal{F} \vDash_{\mathcal{L}} \langle R, S \rangle$ とする。 \mathcal{F} の極小被覆を $\mathcal{C} = \{f_\lambda : A_\lambda \rightleftharpoons \mathcal{C}\}_{\lambda \in \Lambda}$ とする。このとき、 \mathcal{C} は $\langle R, S \rangle$ を覆う。 $\alpha R \beta$ とすると、 $f_\lambda(\alpha) \leq_{\mathcal{C}} f_\mu(\beta)$ となる。従って、 $\langle \alpha, \lambda \rangle \lesssim_{R_{\mathcal{F}}} \langle \beta, \mu \rangle$ となる。補題により、 $\alpha \neq \beta$ であるならば $\langle \alpha_0, \lambda_0 \rangle R_{\mathcal{F}} \langle \alpha_1, \lambda_1 \rangle \cdots \langle \alpha_{n-1}, \lambda_{n-1} \rangle R_{\mathcal{F}} \langle \alpha_n, \lambda_n \rangle$ となる有限列 $\alpha = \alpha_0 \in \text{typ}(A_{\lambda_0}) = \text{typ}(A_\lambda)$, $\alpha_1 \in \text{typ}(A_{\lambda_1}), \dots, \alpha_{n-1} \in \text{typ}(A_{\lambda_{n-1}})$, $\alpha_n = \beta \in \text{typ}(A_\mu) = \text{typ}(A_{\lambda_n})$ が存在する。このことより、 $\alpha = \alpha_0 R_1 \alpha_1 \cdots \alpha_{n-1} R_n \alpha_n = \beta$ となる \mathcal{F} に属する条件射 $\langle R_1, S_1 \rangle, \dots, \langle R_n, S_n \rangle$ が存在する。 s を \mathcal{F} に関する情報搬送路とすると、 $s \in \text{tok}(\mathcal{C})$ となるので、 $s_\mu = f_{A_\mu}(s) S f_{A_\lambda}(s) = s_\lambda$ となる。□

6 理論

A を分類とする。 Γ, Δ を $\text{typ}(A)$ の部分集合とする。任意の $a \in \text{tok}(A)$ に対して、すべての $\alpha \in \Gamma$ に対して $a \vDash_A \alpha$ ならばある $\alpha \in \Delta$ に対して $a \vDash_A \alpha$ となるとき、 $\Gamma \vdash_A \Delta$ と表すことにする。この A のタイプの間の関係 \vdash_A は、分類 A において成立すべき情報の内容物に関する規則や拘束を表しているものと思える。この節では、情報の内容物に関する拘束や規則を一般的に表現している理論について述べる。

定義 6.1. 理論 $T = \langle \text{typ}(T), \vdash_T \rangle$ とは, 集合 $\text{typ}(T)$ と $\text{typ}(T)$ の部分集合の間の 2 項関係 \vdash_T よりなる .

分類 A に対して, $\langle \text{typ}(A), \vdash_A \rangle$ は一つの理論である . それを $\text{Th}(A)$ で示す . $\text{Th}(A)$ は次の正則性を持つ理論である .

定義 6.2. 理論 T は次の性質をもつとき, 正則であると呼ばれる .

Identity: $\alpha \vdash_T \alpha$.

Weakening: $\Gamma \vdash_T \Delta$ ならば $\Gamma, \Gamma' \vdash_T \Delta, \Delta'$ となる .

Global Cut: Σ を $\text{typ}(T)$ の任意の部分集合とする . 任意の Σ の分割 $\langle \Gamma', \Delta' \rangle$ に対して $\Gamma, \Gamma' \vdash_T \Delta, \Delta'$ ならば $\Gamma \vdash_T \Delta$ となる .

定義 6.3. $\Gamma \not\vdash_T \Delta$ なるとき, $\langle \Gamma, \Delta \rangle$ を T -整合的であるという .

$\langle \Gamma_1, \Delta_1 \rangle, \langle \Gamma_2, \Delta_2 \rangle$ を $\text{typ}(T)$ の部分集合の対とすると, $\Gamma_1 \subseteq \Gamma_2$ かつ $\Delta_1 \subseteq \Delta_2$ なるとき $\langle \Gamma_2, \Delta_2 \rangle$ は $\langle \Gamma_1, \Delta_1 \rangle$ の拡大と言い, $\langle \Gamma_1, \Delta_1 \rangle \subseteq \langle \Gamma_2, \Delta_2 \rangle$ と記す .

命題 6.4. $\langle \Gamma, \Delta \rangle$ が T -整合的であるための必要かつ十分条件は $\langle \Gamma, \Delta \rangle$ の拡大で T -整合的な $\text{typ}(T)$ の分割が存在することである .

A を分類とすると, $a \in \text{tok}(A)$ に対して,

$$\langle \{ \alpha \in \text{typ}(A) \mid a \vDash_A \alpha \} \{ \alpha \in \text{typ}(A) \mid a \not\vdash_A \alpha \} \rangle$$

は $\text{Th}(A)$ -整合的な $\text{typ}(T)$ の分割となるが, それを a の状態記述と言い, $\text{state}_A(a)$ で示す . 逆に, $\text{Th}(A)$ -整合的な分割 $\langle R, S \rangle$ が当てられた場合, それを状態記述とするような $a \in \text{tok}(A)$ が存在する . このことは, 理論 T から分類 $\text{Cla}(T)$ の作り方を示唆している .

定義 6.5. 正則理論 T に対して, 分類 $\text{Cla}(T)$ を次で定義する .

1. $\text{tok}(\text{Cla}(T)) = \{ \langle \Gamma, \Delta \rangle \mid \langle \Gamma, \Delta \rangle \text{ は } T\text{-整合的な } \text{typ}(T) \text{ の分割} \}$.
2. $\text{typ}(\text{Cla}(T)) = \text{typ}(T)$
3. $\langle \Gamma, \Delta \rangle \vDash_{\text{Cla}(T)} \alpha$ は $\alpha \in \Gamma$ と定義する .

命題 6.6. 正則理論 T に対して, $\text{Th}(\text{Cla}(T)) = T$ となる .

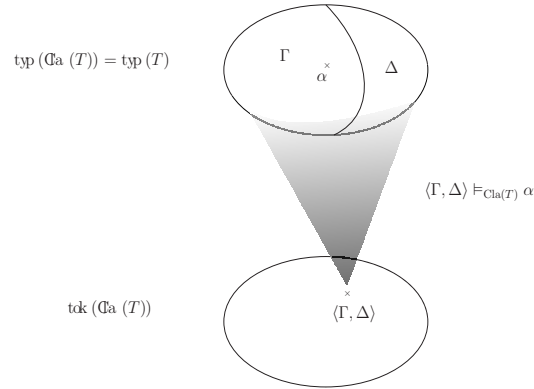


図 3: 分類 $\text{Cla}(T)$

7 生産と設計

設計論においては、 T は我々の欲求や要求を表す理論としてとられる。即ち、 $\text{typ}(T)$ としては、我々の欲求や要求のある集まりであり、 $\text{typ}(T)$ に属する欲求や要求の拘束を表している理論 T が考えられる。 $\text{typ}(T)$ の部分集合の対 $\langle \Gamma, \Delta \rangle$ は仕様と考えられる。 $\alpha \in \Gamma$ なる α に対しては肯定的要求を、 $\alpha \in \Delta$ なる α に対しては否定的要求を表す仕様と考える。これは欲求や要求の理論に整合的であることを要求されるので、仕様 $\langle \Gamma, \Delta \rangle$ は T -整合的であること必要である。 T -整合的な $\langle \Gamma, \Delta \rangle$ が $\text{typ}(T)$ の分割である場合、 $\alpha \in \text{typ}(T)$ に対して $\langle \Gamma, \Delta \rangle$ は α を肯定的に要求するか否定的に要求するかのどちらかである。このような仕様を T -整合的な完全仕様と云うことにする。その意味で、 $\langle \Gamma_1, \Delta_1 \rangle \subseteq \langle \Gamma, \Delta \rangle$ である T -整合的な完全仕様 $\langle \Gamma, \Delta \rangle$ は仕様 $\langle \Gamma_1, \Delta_1 \rangle$ を実現しているような現実の実体ではないが、観念的に $\langle \Gamma_1, \Delta_1 \rangle$ を満足しているものである。仕様を現実的に実現さず場合は、実体の挙動に関する分類 B である。即ち、分類 B は $\text{tok}(B)$ を実体からなるある集合、 $\text{typ}(B)$ を挙動からなるある集合、 $b \in \text{tok}(B)$ 、 $\beta \in \text{typ}(B)$ に対して $b \vDash_B \beta$ を実体 b は β と振る舞うとする。従って、生産は分類 $\text{Cla}(T)$ から B への一つの条件射 $\langle R, S \rangle$ で与えられることになる。この条件射 $\langle R, S \rangle$ は、この生産が関わっている種々の情報場の中の条件射の集合が情報の流れとして導出するものである。しかしながら、理想的には我々は $\text{Cla}(T)$ から B への双条件射の存在があると考えて、そのような理想的なものの存在を我々は実際に構成するという意味で得られなくとも、実際に、理想的な生産、即ち、欲求実現とよぶべきものをなすべく近似的であろうかもしれぬが、その設計

などが嘗為される。

措定 $\text{Cla}(T)$ から B への双条件射 $\langle R_0, S_0 \rangle$ を欲求実現として、その存在を措定する。

$\mathcal{I} = \{\langle R_0, S_0 \rangle, \langle R_0^{-1}, S_0^{-1} \rangle\}$ の極小被覆を $\mathcal{C}_{\mathcal{I}} = \{f_0 : \text{Cla}(T) \rightleftharpoons \mathcal{C}_{\mathcal{I}}, g_0 : B \rightleftharpoons \mathcal{C}_{\mathcal{I}}\}$ とする。そのとき、欲求 $\alpha \in \text{typ}(T)$ 、挙動 $\beta \in \text{typ}(B)$ に対して、 $\alpha R_0 \beta$ であるならば $\beta R_0^{-1} \alpha$ であるので、 $f_0(\alpha) \leq_{\mathcal{C}} g_0(\beta)$ かつ $g_0(\beta) \leq_{\mathcal{C}} f_0(\alpha)$ となり、 $f_0(\alpha) = g_0(\beta)$ となる。即ち、我々の観念の世界における欲求 α が現実の世界で挙動 β として解釈される場合、それらは $\text{typ}(\mathcal{C}_{\mathcal{I}})$ において $f_0(\alpha) = g_0(\beta)$ となる。その意味で、 $\gamma = f_0(\alpha) = g_0(\beta)$ は我々の観念の内面世界から見れば欲求 α を、現実の外世界から見れば挙動 β を示しているもの、即ち、目的が α 、振る舞いが β となる機能を示しているものと捉えることができる。次に、 $c \in \text{tok}(\mathcal{C})$ とするとき、 $g_0(c) S_0 f_0(c)$ となるが、 $f_0(c) = \langle \Gamma, \Delta \rangle$ 、 $g_0(c) = b$ としたとき、 $\alpha R_0 \beta$ ならば $\alpha \in \Gamma$ と $b \models_B \beta$ が同値となる。従って、欲求 α が挙動 β と解釈される限り、 $g_0(c)$ が外世界で β と振る舞うことと内面世界において $f_0(c)$ が欲求 α を満足さす観念的なものとなる。即ち、 $f_0(c)$ は実体 $g_0(c)$ の概念と捉えることができる。従って、 c は外世界にある実体 $g_0(c)$ と内面世界にあるその概念 $f_0(c)$ を結ぶ表象と捉えることができるであろう。⁹

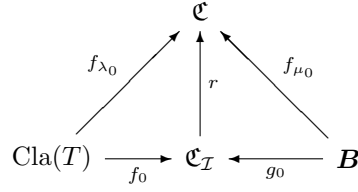
つぎに、欲求実現のスキームを得るために、 $\text{Cla}(T)$ から B への条件射を得ようとするのが、設計行為と捉えることができる。それには、 $\text{Cla}(T)$ と B の二つのみの情報の場を我々は考えるだけではない。例えば、商品の価格なども現実的には考慮に入れなくてはならないかもしれないので、市場の情報の場なども考慮しなくてはならないかもしれない。 Λ をある実体を生産するに際して考慮しなければならない情報の場の集合、 $\{A_\lambda\}_{\lambda \in \Lambda}$ をその表現の分類の族とする、 $\text{Cla}(T)$ 及び B に対しては $\text{Cla}(T) = A_{\lambda_0}$ 、 $B = A_{\mu_0}$ とする。さて、 $\langle R_0, S_0 \rangle$ を被覆するチャンネルを作ることが、 T の欲求理論を B で実現する情報の流れを作ることに対応する。

定義 7.1. $\{A_\lambda\}_{\lambda \in \Lambda}$ におけるチャンネルが $\langle R_0, S_0 \rangle$ を被覆するとき、 \mathcal{C} は T の欲求理論を B で実現する情報の流れを作るといふ。

$\mathcal{C} = \{f_\lambda \rightleftharpoons \mathcal{C}\}_{\lambda \in \Lambda}$ を T の欲求理論を B で実現する情報の流れを作るチャンネルとする。 \mathcal{C} のトークンは欲求を実現する情報の媒体、設計図そのもの、計画書そのものや楽譜そのものなどに対応し、 \mathcal{C} のタイプはその設計図や計画書に書かれている情報の内容。即ち、生産すべき実体の属性と捉えること

⁹実体と実体概念の峻別の意義は、一般設計学と抽設計論の差異として Kikuchi-Nagasaka[8] において論じられている。

ができるであろう． \mathcal{C}_I の極小性より，次の図式



を可換にする順序を保持する細分射 $r : \mathcal{C}_I \rightrightarrows \mathcal{C}$ が一意的存在する．従って， $\alpha R_0 \beta$ となるとき $f_0(\alpha) = g_0(\beta)$ となり， $f_{\lambda_0}(\alpha) = r(f(\alpha)) = r(g(\beta)) = f_{\mu_0}(\beta)$ を得る．即ち，欲求 α が振る舞い β と解釈される場合，目的が α ，挙動が β である機能 $f_0(\alpha) = g_0(\beta)$ は属性 $f_{\lambda_0}(\alpha) = f_{\mu_0}(\beta)$ で記述できることに対応する． $c \in \text{tok}(\mathcal{C})$ を一つの設計図とする． $f_{\mu_0}(c)$ はその設計図に従って制作された実体を示し， $f_{\lambda_0}(c)$ はその設計図に従って我々の観念のうちに作られるものである． $r(c)$ は設計図 c により我々の意識に現前する表象と捉えることができ，それはその表象の観念側面 $f(r(c)) = f_{\lambda_0}(c)$ と現実側面 $g(r(c)) = f_{\mu_0}(c)$ を結ぶものである．即ち， $f_{\lambda_0}(c)$ は実体 $f_{\mu_0}(c)$ の概念である．このように， $\langle R_0, S_0 \rangle : \text{Cla}(T) \rightrightarrows B$ を被覆するチャンネル \mathcal{C} を作ることをそれ自体を我々の設計行為と見なすことができる．

それでは， T -整合的な仕様 $\langle \Gamma, \Delta \rangle$ があるとして，どのようにその仕様を満足するものを設計し，生産していくのであろうか？ 先ず， $\langle \Gamma, \Delta \rangle \subseteq f_0(c)$ なる $c \in \text{tok}(\mathcal{C})$ の存在を考える． $f_0(c) = \langle \Gamma_1, \Delta_1 \rangle$ かつ $g_0(c) = b$ とする． c は実体 b の表象であり， $\langle \Gamma_1, \Delta_1 \rangle$ は b の概念となる． $\alpha R_0 \beta$ とする．そのとき， $f_0(c) = \langle \Gamma_1, \Delta_1 \rangle \vDash_{\text{Cla}(T)} \alpha$ と $g_0(c) = b \vDash_B \beta$ は同値である． $\alpha \in \Gamma$ とすると， $\alpha \in \Gamma_1$ となり $\langle \Gamma_1, \Delta_1 \rangle \vDash_{\text{Cla}(T)} \alpha$ となるので $b \vDash_B \beta$ となる．また， $\alpha \in \Delta$ とすると，そのとき $\alpha \in \Delta_1$ となり $\langle \Gamma_1, \Delta_1 \rangle \not\vDash_{\text{Cla}(T)} \alpha$ となり， $b \not\vDash_B \beta$ を導く．即ち， $b \in \text{tok}(B)$ は， $\alpha R_0 \beta$ である限り， $\alpha \in \Gamma$ であるならば $b \vDash_B \beta$ となり， $\alpha \in \Delta$ であるならば $b \not\vDash_B \beta$ となる． b は，欲求を挙動として R_0 により解釈することにより，仕様 $\langle R, S \rangle$ を満足する実体となる．従って， T の欲求理論を B で実現する情報の流れを作るチャンネル $\mathcal{C} = \{f_\lambda : A_\lambda \rightrightarrows \mathcal{C}\}_{\lambda \in \Lambda}$ を，一意に決まる細分射 $r : \mathcal{C}_I \rightrightarrows \mathcal{C}$ とするとき $r(d) = c$ となる $d \in \text{tok}(\mathcal{C})$ が存在するように選んでくることが仕様 $\langle \Gamma, \Delta \rangle$ を満足する設計をすることになる．即ち，表象 (イメージ) c を作る設計図 d が存在するような設計をすることになる．

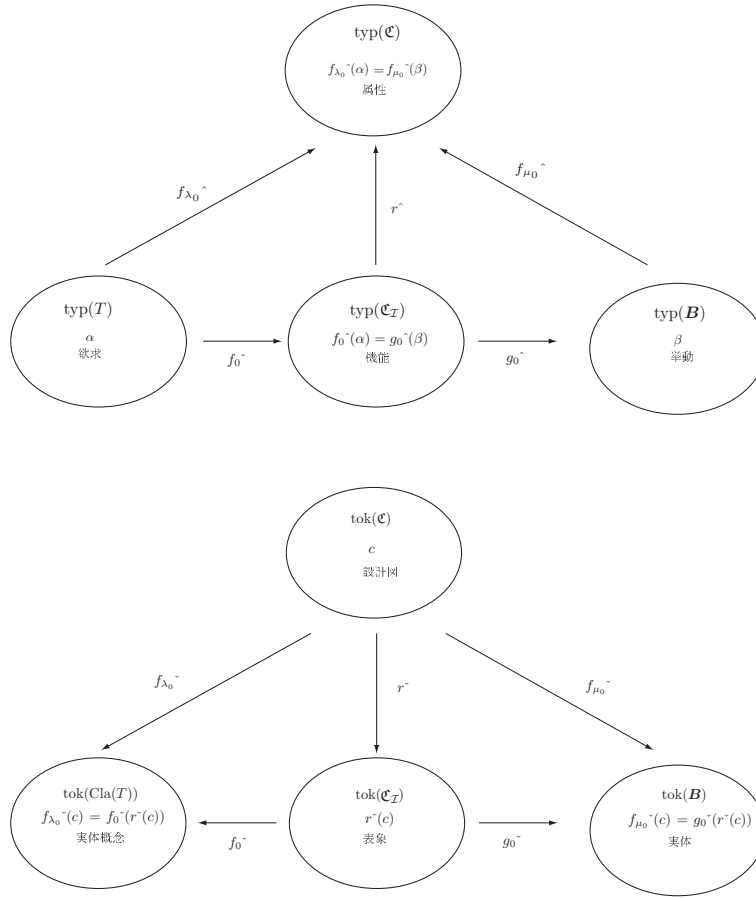


図 4: 欲求実現と設計のスキーム

8 吉川位相

吉川は [1] において、分類から生ずる位相を導入し、実体を機能と属性で分類することにより、実体からなる集合において機能位相と属性位相を考察している。この節では、分類と位相の関係を一般的に述べ、吉川の一般設計学の「属性位相が機能位相よりも密であれば設計が成立する」という原理について考察してみよう。

定義 8.1. A を分類とする。 $\{V_\alpha \mid \alpha \in \text{typ}(A)\}$ から生成される $\text{tok}(A)$ における一様構造 \mathcal{U}_A を分類 A から生ずる一様構造という。ここで、

$$V_\alpha = \{\langle a, b \rangle \in \text{tok}(A) \times \text{tok}(A) \mid a \vDash_A \alpha \iff b \vDash_A \alpha\}.$$

上の定義により、 $U \in \mathcal{U}_A$ なることは、 $V_{\alpha_1, \dots, \alpha_n} = V_{\alpha_1} \cap \dots \cap V_{\alpha_n} \subseteq U$ とする有限個の $\alpha_1, \dots, \alpha_n \in \text{typ}(A)$ が存在することである。従って、 \mathcal{U}_A に

よって決まる一様性の意味は、 $a, b \in \text{tok}(A)$ がタイプを共有すればするほど近いものと考えられることである。

定義 8.2. 分類 A において、一様構造 U_A から導かれる位相を分類 A の吉川位相と言う。

分類 A の吉川位相 \mathcal{T} は、従って、 $\text{typ}(A)$ の互いに素な部分集合の対 $\langle \Gamma, \Delta \rangle$ に対して

$$U_{\langle \Gamma, \Delta \rangle} = \{a \in \text{tok}(A) \mid a \text{ は } \langle \Gamma, \Delta \rangle \text{ の実現である}\}$$

とおくとき、

$$\mathfrak{B}_A = \{U_{\langle \Gamma, \Delta \rangle} \mid \langle \Gamma, \Delta \rangle \text{ は互いに素な } \text{typ}(A) \text{ の有限部分集合の対}\}$$

を開基底とする位相である。 $\alpha_1, \dots, \alpha_n \in \text{typ}(A)$ とするとき、 $V_{\alpha_1, \dots, \alpha_n}$ は $\text{tok}(A)$ における同値関係となるが、各同値類は $\{\alpha_1, \dots, \alpha_n\}$ のある分割 $\langle \Gamma, \Delta \rangle$ に対して $U_{\langle \Gamma, \Delta \rangle}$ となり、逆に、 $\{\alpha_1, \dots, \alpha_n\}$ のいかなる分割 $\langle \Gamma, \Delta \rangle$ に対しても $U_{\langle \Gamma, \Delta \rangle}$ はその同値類となる。吉川は属性分類 Z を、 $\text{tok}(Z)$ を

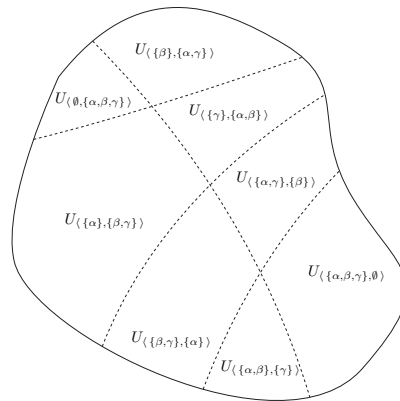


図 5: $V_{\alpha, \beta, \gamma}$ による類別

実体からなる集合、 $\text{typ}(Z)$ を属性からなる集合、 $b \models_Z \zeta$ を「実体 b は属性 ζ を持つ」として、及び機能分類 K を、 $\text{tok}(K) = \text{tok}(Z)$ を実体からなる集合、 $\text{typ}(K)$ を機能からなる集合、 $b \models_K \kappa$ を「実体 b は機能 κ を持つ」として定義する。

さて、吉川的设计要件とは次である。

機能位相が属性位相より疎であれば、設計が可能である。

上の设计要件は、次のことが成立することと同値である。

任意の $\kappa \in \text{typ}(K)$ に対して、次の条件を満足する $\text{typ}(Z)$ の互いに素な部分集合の対 $\langle \Gamma_0, \Delta_0 \rangle$ と $\langle \Gamma_1, \Delta_1 \rangle$ が存在する。

1. 実体 $b \in \text{tok}(B)$ が $\langle \Gamma_0, \Delta_0 \rangle$ の実現であるとき、即ち、 b は Γ_0 に属するすべての属性 ζ を満足し、 Δ_0 に属するすべての属性 ζ を満足させないとき、 b は機能 κ を持つ。
2. 実体 $b \in \text{tok}(B)$ が $\langle \Gamma_1, \Delta_1 \rangle$ の実現であるとき、 b は機能 κ を持たない。

我々の枠組みでは、属性や機能で実体を分類していない。筆者は、属性というものが、物自体に天賦のこととして備わっているものではなく、我々が現実の世界である外界を認識しようとするに際して、意図的に賦すものであると考える。もっと正確に言えば、物自体に備わっている挙動により触発されて我々が認識できて、それを我々がコミュニケーションできる方法で表現できるもののみを物自体の属性と呼ぶことにする。このように捉えると、属性は我々が現実の世界である外界を認識しようとする意図から生ずるものであろう。この意図は、観念の理論 T から現実の情報場 B への情報の流れを作ることとして現れてくる。即ち、この意図は、 $\text{Cla}(T)$ 及び B を含む $\{A_\lambda\}_{\lambda \in \Lambda}$ におけるチャンネル $\mathcal{C} = \{f_\lambda : A_\lambda \rightleftharpoons \mathcal{C}\}_{\lambda \in \Lambda}$ 等で表現される。従って、 \mathcal{C} のタイプ $\gamma = g(\beta)$ が $c \vDash_{\mathcal{C}} \gamma$ のとき、即ち、 $g(c) \vDash_B \beta$ のとき、実体 $g(c)$ の挙動 β によって触発される属性として表現されるのであろう。設計においては、具体的には、 \mathcal{C} のトークンは設計図や楽譜そのもの、タイプはその設計図や楽譜にかかれた情報の内容である。その情報の内容 γ を、我々は、 $\gamma = g(\beta)$ なる $\beta \in \text{typ}(B)$ が存在するならば、 $c \vDash_{\mathcal{C}} \gamma$ のとき、即ち、 $g(c) \vDash_B \beta$ のとき、言い換えると、設計図または楽譜 c をもとにして作られたもの、機械、建築物や曲など $g(c) = b$ が β として振る舞うとき、挙動 β を意図 \mathcal{C} により統率しようとする b の属性と見る。

さて、このように捉えれば、設計要件は $\langle R_0, S_0 \rangle$ を被覆するチャンネル \mathcal{C} を見いだされるときとなるのであろう。

設計要件 T の欲求理論を挙動の分類 B で実現する情報の流れを作ることができる。

9 問題点

$\langle \Gamma, \Delta \rangle$ を T -整合的な仕様とする。今、 $\langle \Gamma, \Delta \rangle \subseteq f_0(c)$ となる $c \in \text{tok}(\mathcal{C}_T)$ が存在するとする。 $\langle \Gamma_1, \Delta_1 \rangle = f_0(c)$ 、 $b = g_0(c)$ とするとき、 $\alpha R_0 \beta$ である限り、 $\alpha \in \Gamma$ であれば $b \vDash_B \beta$ となり、 $\alpha \in \Delta$ であれば $b \not\vDash_B \beta$ となる。言い換えると、あるイメージ c があり、 $\langle \Gamma, \Delta \rangle$ で表される要求はイメージ c を作る実体 b により、その振る舞いとして実現されている。このようなイメー

ジを作る設計図を得ることが、仕様 $\langle R, S \rangle$ を満足させる設計をすると云うことであろう。形式的に述べると、一意的に決まる細分射 $r : \mathcal{C}_T \rightleftharpoons \mathcal{C}$ に対して、 $r^{\sim}(d) = c$ となる $d \in \text{tok}(\mathcal{C})$ が存在するような T の欲求理論を B で実現する情報の流れを作るチャンネル $C = \{f_\lambda : A_\lambda \rightleftharpoons \mathcal{C}\}_{\lambda \in \Lambda}$ を作ることが仕様 $\langle R, S \rangle$ を満足させる設計をなすと云うことである。しかしながら、現実には次の問題点がある。

1. 分類 B は実体を挙動で分類したものであるが、上の理論を当て嵌めるに際しては、 $\text{tok}(B)$ は何を設計しようかということに依存してその範疇は自ずと決まってくるが、時間的には将来設計されて作られるであろうという実体がすべて入って云いなければならない。また、 $\text{typ}(B)$ には、将来設計されて作られるであろう実体の振る舞いもすべて入っていないなければならない。集合としてそれら $\text{tok}(B)$, $\text{typ}(B)$ を考えるだけであるならいいが、それらの間に 2 項関係 \vdash_B を与えることは我々の知識に依存していて、不完全なものしか与えることができない。
2. 要求の理論 T もまた我々の知識に依存していて、完全なるものを我々は持つことができない。
3. 双条件射 $\langle R_0, S_0 \rangle : \text{Cla}(T) \rightleftharpoons B$ の存在も上と同じで、我々は不完全なものしか持つことはできない。

これらの問題点は、絶対存在論的な分類の概念では、現実の設計問題を表現できないことを意味している。実際、我々は現実には完全な分類 A を得ることは、 $\text{tok}(A)$ 及び $\text{typ}(A)$ の個数が検証できるほどに十分に小さい分類でしか可能ではない。ましてや、 $\text{tok}(B)$, $\text{typ}(B)$ のように本質的に無限集合を考えなければならないような分類では、なおさらである。分類の概念を、経験により発展するという雰囲気表現できるものに変えてやる必要がある。その一つの考えとして、不確定分類の概念がある。このような不確定分類を基礎にした情報の流れの理論による抽象設計論の展開が、特に、構成的な分類の概念が必要である設計論の数理的基礎を展開するには必要であり、現在、展開中である。

参考文献

- [1] 吉川弘之：「一般設計学序説 - 一般設計学のための公理的方法 -」、精密機械、Vol.45、No.8、(1979)、pp. 906-912.
- [2] 角田譲、(2001)。「設計と情報の流れ」、p.1-6、科学基礎論研究 Vol.21、No.1。
- [3] 角田譲、抽象設計論—設計の数理的基礎付け—、設計工学シンポジウム [21世紀のデザイン・ビジョン] (日本学会議 人工物設計・生

産研究連絡委員会 設計工学専門委員会 主催) 講演論文集, 日本機械学会, No.02-30, pp 11-21, 2002

- [4] 三木大史, 角田譲, (2001). 「規範的教育論の設計モデル」, p.6, 精密工学会秋季大会講演論文集
- [5] Jon Barwise and Jerry Seligman, Information Follow, Cambridge Tracts in Theoretical Computer Science 44, Cambridge University Press, 1997.
- [6] Yuzuru Kakuda, *A mathematical description of GDT – A marriage of Yoshikawa’s GDT and Barwise-Seligman’s theory of information flow* –, Theory GDT’99 Workshop, Cambridge, 1999.
- [7] Y. Kakuda and M. Kikuchi, Abstract Design Theory, Ann Japan Assoc Phil Sci. To appear,
- [8] M. Kikuuchi and I. Nagasaka, On the Three Axioms of General Design Theory, In Proceeding of IWES’02
- [9] Tetsuo Tomiyama, Takashi Kiriya, Hideki Takeda, Deye Xue and Hiroyuki Yoshikawa, *Metamodel: a key to intelligent CAD systems*, Research in Engineering Design **1** (1981), 19-34.
- [10] Hiroyuki Yoshikawa, *General design theory and a CAD system*, Man-machine Communication in CAD/CAM, T. Sata, E. Warman (editors), 35-57, North-Holland Publishing Company, 1981.